ПОЛИГОН ДЛЯ ЭПИДЕМИОЛОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ. ЧАСТЬ 3. ТОЧНОЕ ИЗМЕРЕНИЕ ПЛОЩАДИ ПОЛИГОНА

Н.А. Малашевский©

Одной из важных задач по проведению стационарных исследований на полигонах является точное определение их площади и учета топографических условий рельефа местности.

Площадь участков земли можно определить как на планах или картах, так и по результатам измерений на местности. В зависимости от требований к точности, площади полигонов определяют аналитическим, графическим, механическим и фотограмметрических способами.

При решении поставленной задачи, применение традиционных методов вычисления такой площади, по нашему мнению, считается не эффективным. Для повышения эффективности и сохранения достаточной точности разработана новая методика, которая позволяет вычислять площадь полигонов разных форм и конфигураций с учетом рельефа местности[1].

Первый этап этой методики учитывает сложность формы участка, которая предусматривает любую сложность участки, например, удлиненные части или разветвления отдельных частей (рис. 1).

Поскольку сложность участка может быть любой и разбивка такой сложной по форме участка формализовать очень сложно, на этом этапе предлагается методика разбиения на подучастки выпуклой формы, с автоматической проверкой выпуклости подучастки, так как дальнейшие вычисления существенно зависят от этого.

---

[1] *Войтенко С.П., Чібіряков В.К., Малашевський М.А., Лихогруд О.М.* Розробка методики та алгоритму визначення площ земельних ділянок методом скінчених елементів // Інженерна геодезія. К.:КНУБА, – 2010 – Вип. 55. – С. 55-63.; *Малашевський М.А.* Вплив рельєфу місцевості на точність визначення площ земельних ділянок // VI Міжнародний науково- технічний симпозіум "Геоінформаційний моніторинг навколишнього навколишнього середовища: GPS і GIS - технології". // Львів : Львівське астрономо-геодезичне товариство, 2010. – С.208-209.;*Малашевський М.А.* Врахування рельєфу при визначенні площі фізичної поверхні місцевості. Автореферат дисертації на здобуття наукового стпеня кандидата технічних наук. К., КНУБА., 2011.

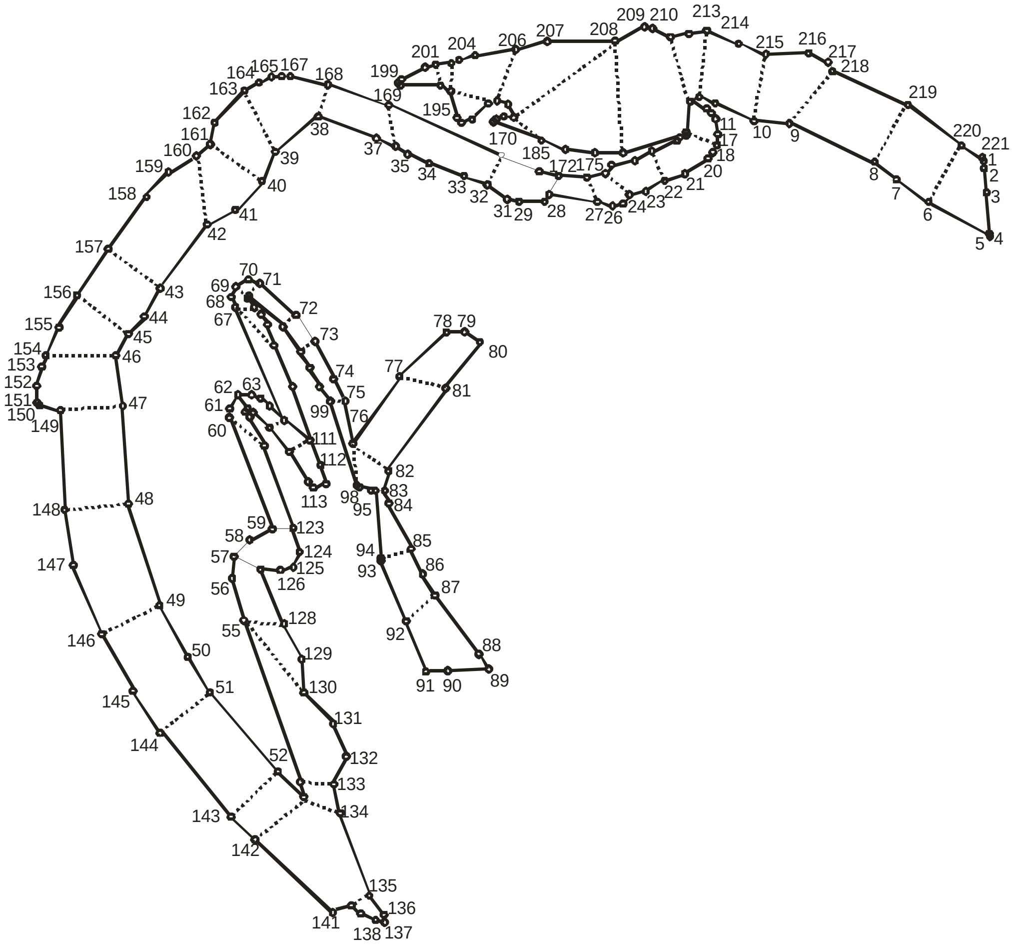

Рис.1. Полигон сложной формы

Для дальнейшего разметки подучастки на треугольники предложен подход, использующий положения центра тяжести плоской фигуры. Как известно из физики, центр тяжести правильной фигуры является центром симметрии этой фигуры. Если правильная фигура выпуклая, то центр тяжести находится на одинаковом расстоянии от вершин фигуры. Поскольку в нашей проблеме надеяться на подучастки, которые являются правильными фигурами в плане, нельзя, то на предварительном этапе предложено проводить, что дальнейшее разбиение подучастки с использованием положения центра тяжести подучастки предполагалось в фигуры выпуклой формы.

Второй этап предусматривает разбиение каждого подучастка на совокупность «базовых» треугольников. После определения центра тяжести каждый подучасток делится на треугольники, которые выше названы «базовыми», вершины которых находятся в центре тяжести, а основами являются отрезки полигона между двумя последовательными поворотными точками.

Если каждую сторону базового треугольника разбить на одинаковое для трех сторон количество равных частей, то базовый треугольник разобьется на набор одинаковых треугольников, подобных базовом. Увеличение количества разбиения сторон уменьшает размеры треугольников, и это повышает точность вычисления искомой площади.

На (рис. 2) приведен пример, когда каждая сторона треугольника делится на четыре части. Далее, через точки деления боковых сторон проводим линии, параллельные основе треугольника, а затем через точки деления одной боковой стороны и основы линии, параллельно второй боковой стороне. Аналогично делаем для третьей совокупности параллельных линий. Таким способом треугольники делятся на определенное количество равных треугольников, подобные большому, а потому, если большой треугольник близок к правильному, то и эти треугольники будут близки к правильным.

После разметки возникает необходимость в автоматической нумерации поворотных точек. На (рис. 3) представлен разработанный подход, в котором с помощью кнопок определена последовательность в нумерации поворотных точек треугольников.

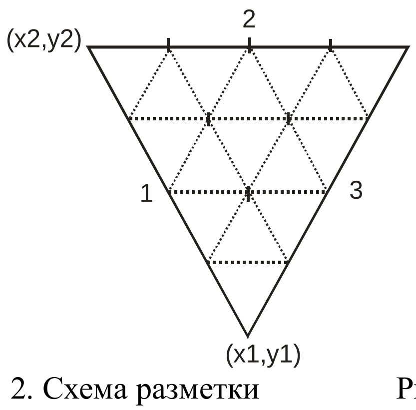

Рис. 2. Схема разметки треугольника

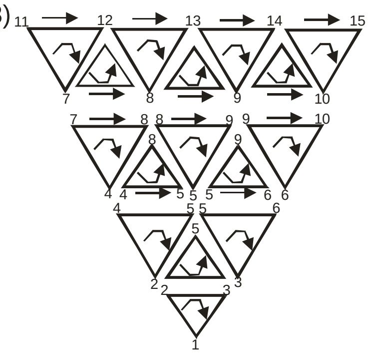

Рис. 3. Схема нумерации поворотных точек треугольников

На базе предложенного подхода последовательной нумерации, на (рис. 4) представлена разработанная методика, позволяющая автоматизировать процесс нумерации поворотных точек треугольников.

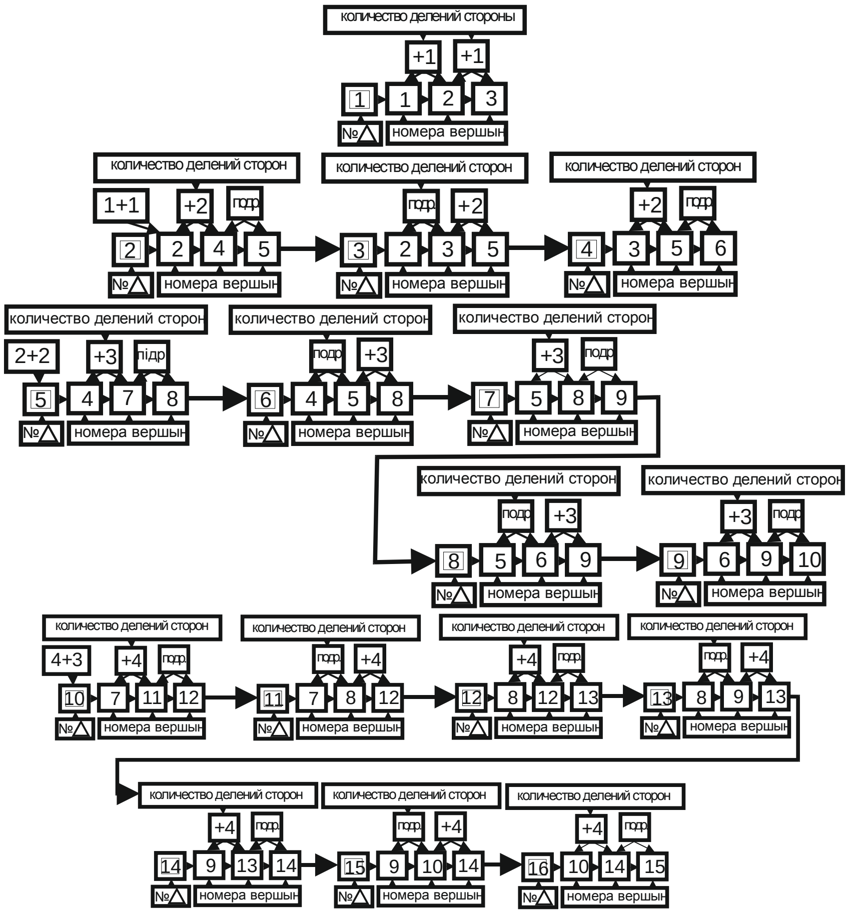

Рис. 4. Методика нумерации поворотных точек треугольников

Установлено, что после того, как определен центр тяжести участка, целесообразно изменить нумерацию поворотных точек. Нумерацию рекомендуется начинать с центра тяжести и идти против часовой стрелке. При создании алгоритма по определению площадей земельных участков, номера поворотных точек треугольника позволяют определить номера треугольников (рис. 5). Указанная последовательность действий упрощает алгоритм и обеспечивает достоверность нахождения площади каждого треугольника.

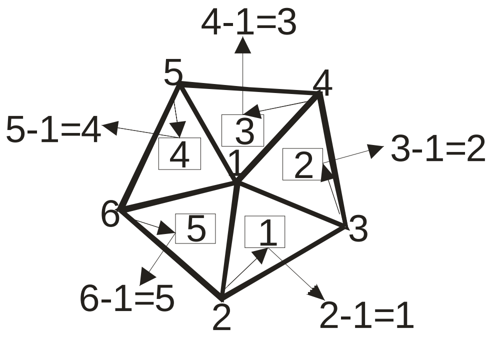

Рис. 5. Схема нумерации треугольников через нумерацию поворотных точек

На примере (рис 5.) показано, что, отнимая по единице от номера поворотной точки, найдем номер каждого треугольника.

На следующем рисунке (рис. 6) представлен алгоритм, с помощью которого нумеруются поворотные точки в полигоне. В результате установленная последовательность разности номеров сторон ряда в подучастке, которая рассматривается, позволяющий автоматизировать в алгоритме расчета автоматическую нумерацию.

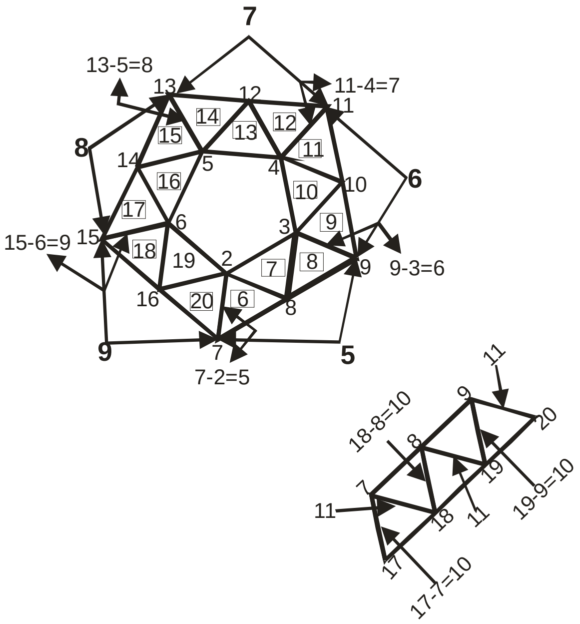

Рис. 6. Последовательная нумерация узлов треугольников

Указанная последовательность идентификации узлов, сторон и треугольников является основой создания алгоритма по определению площадей. Она не зависит от количества разбиений подучастке на малейшие элементы.

Третий этап обеспечивает необходимую точность вычисления площади с учетом рельефа. Поскольку искомая площадь, по сути, является площадью поверхности сложной формы, то такую поверхность необходимо аппроксимировать участками неких стандартных поверхностей. Простейшим, и в то же время достаточно точным вариантом таких стандартных поверхностей являются плоские треугольники. Как отмечено выше, для увеличения точности нахождения площади с учетом рельефа, каждый такой треугольник делится на заданное количество меньших «малых треугольников». По координатам вершин «малых треугольников», определяются их высоты с использованием цифровой карты, а дальше исчисляется площадь наклонного к горизонтальной плоскости треугольника по формулам аналитической геометрии.

Площадь участка с учетом рельефа местности исчисляется как суммарная площадь всех малых наклонных треугольников на участке. Предложено сложность рельефа определять коэффициентом ($K\langle 1$), чем меньше коэффициент К - тем сложнее рельеф земельного участка. Если этот коэффициент близок к единице, то для такого участка рельеф местности не нужно учитывать. Разработана методика, которая позволяет в автоматическом режиме определять средний уклон местности на земельном участке, вычисляется[2]. На (рис. 7) рассматривается пример отдельного «малого треугольника».

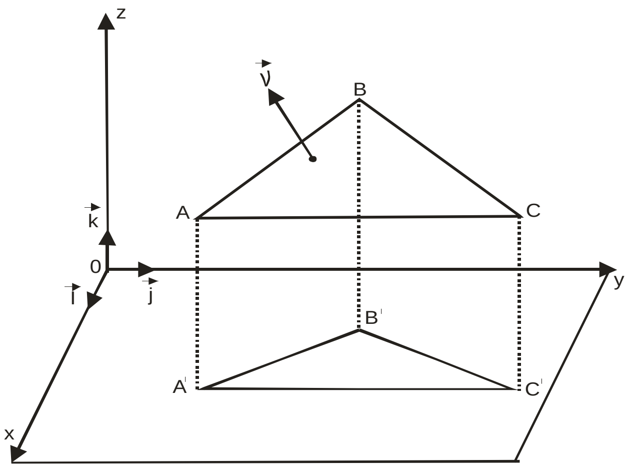

Рис. 7. Степень отклонения реального треугольника от горизонтальной проекции

[2] *Войтенко С.П., Чібіряков В.К., Малашевський М.А* До оцінки складності рельєфу земельної ділянки / // Містобудування та територіальне планування.– К.:КНУБА, 2010. Вип. 38. – С. 90-95.

Для такого малого треугольника определяется косинус угла между вертикальной осью и нормалью к плоскости треугольника по формулам аналитической геометрии. Строится уравнения плоскости малого треугольника, определяется координатами его вершин:

$$\begin{vmatrix} x - x_A & y - y_A & z - z_A \\ x_B - x_A & y_B - y_A & z_B - z_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A & z_C - z_A \end{vmatrix} = 0 \qquad (1)$$

Вектор нормали к плоскости треугольника имеет вид:

$$\vec{N} = N_x \vec{i} + N_y \vec{j} + N_z \vec{k}, \text{ де:}$$

$$N_x = \begin{vmatrix} y_B - y_A & z_B - z_A \\ y_c - y_A & z_C - z_A \end{vmatrix}, N_y = \begin{vmatrix} x_B - x_A & z_B - z_A \\ x_C - x_A & z_C - z_A \end{vmatrix},$$

$$N_z = \begin{vmatrix} x_B - x_A & y_B - y_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A \end{vmatrix}, \qquad (2)$$

а косинус угла между вертикальной осью и нормалью к плоскости треугольника находится по формуле:

$$c_i = \cos\left(\vec{N}, \hat{\ } \vec{k}\right) = \frac{N_z}{\sqrt{N_x^2 + N_y^2 + N_z^2}}. \qquad (3)$$

Поскольку площадь всего полигона является суммой площадей треугольников, на которые разбит полигон, то предлагается считать средневзвешенной значение косинуса угла по формуле:

$$c_{cp} = \frac{\sum C_i \bullet F_i}{\sum F_i} = \text{K}, \qquad (4)$$

где F_i - площадь горизонтальной проекции данного треугольника.

Если полигон горизонтальный, то с $_{cp} = 1$, а с учетом рельефа, с $_{cð}$ $\langle$ 1. Эта безразмерная величина может служить количественным критерием сложности рельефа, потому что чем более сложной рельеф, тем меньше будет значение с $_{cp}$. Как известно, если F_i^* - площадь пространственного треугольника, а F_i - площадь его горизонтальной проекции, то имеет место соотношение:

$$F_i^* = \frac{F_i}{\cos\left(\vec{N}, \hat{\ }\vec{k}\right)}, \qquad (5)$$

тогда для одного треугольника:

$$\text{C}_{ср} = \frac{\tilde{N}_i F_i}{F_i} = \frac{F_i}{F_i^*} \qquad (6)$$

В этом случае введенный коэффициент равен отношению площади горизонтальной проекции к площади с учетом рельефа. В общем случае можно утверждать, что $\text{c}_{ср}$ характеризует усредненные отношение определенной площади горизонтальной проекции к площади участка с учетом рельефа.

Четвертый этап заключается в нахождении вертикальных координат точек участка, который рассматривается, и начинается с того, что на участок наносится прямоугольная сетка, к которой принадлежит данный участок (рис. 8), так как данная методика построена на использовании GRID модели[3]. В узлах полученной сетки определяют высоты, эти значения в алгоритме формируют прямоугольную матрицу размером m n. Номера строк матрицы определяются последовательными номерами узлов сетки по координате x, а номера столбцов номерами узлов по координате y. В полигоне, исчисляемый, определяются координаты четырех поворотных точек A, B, C, D.

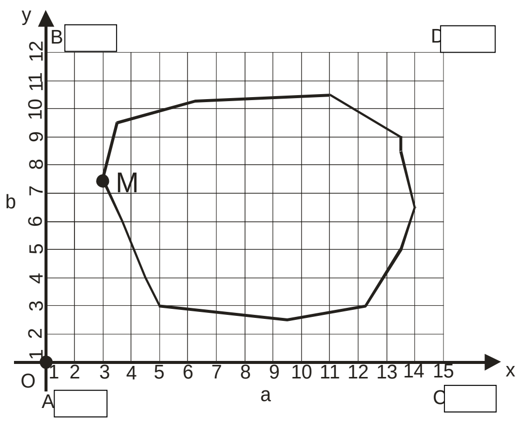

Рис. 8. Определение высот вершин сетки земельного участка

[3] *Buyya, Rajkumar; Kris Bubendorfer* (2009). Market Oriented Grid and Utility Computing. Wiley.; *Foster, Ian; Carl Kesselman* (1999). The Grid: Blueprint for a New Computing Infrastructure. Morgan Kaufmann Publishers.; Berman, Fran; *Anthony J. G. Hey, Geoffrey C. Fox* (2003). Grid Computing: Making The Global Infrastructure a Reality. Wiley.

В зависимости от требований точности и сложности рельефа на земельном участке задается шаг координатной сетки $\Delta_X = \Delta_X = \Delta$, тогда номер нижней левой точки ячейки, рассматривается, определяется формулами:

$$m = E\left(\frac{x_D - x_A}{\Delta} \right) \qquad n = E\left(\frac{y_B - y_A}{\Delta} \right), \tag{7}$$

где E (x) - целая часть x.

Численная реализация разработанной методики выполнена в виде программы для ПЭВМ, написанной на алгоритмическом языке Фортран-4.

В результате исследований установлено следующую зависимость, при постоянном увеличении разбиений возникает эффект подобен эффекту фракталов[4]. Для предотвращения бесконечного разбиения были введены критерии масштаба карты и критерий высоты. Первый критерий использует графическую точность определения положения точек на планах и картах, которая составляет $m_{ГР}$ = 0,2 мм для конкретного масштаба карты, дает определенное значение шага, не желательно уменьшать. Второй критерий связан со средней погрешностью съемки рельефа относительно ближних точек, равной $\frac{1}{3}$h. Это значение не должно превышать разницу между вертикальными координатами двух смежных точек треугольника.

Используя разработанную методику и алгоритм, который ее реализует, рассмотрим конкретный пример земельного участка сложной формы с сложным рельефом. В (таб. 1) представлено расчеты земельного участка в масштабе карты М: 500.

Таблица 1.

Расчет площади земельного участка сложной формы в М 1:500

Количество делений стороны треугольника	Площадь участка без учета рельефа	Площадь участка с учетом рельефа	Коэффициент сложности рельефа	Изменение площади в %	Длина стороны треугольника
1	846668	848414	0.99	0,2	34.30
2	846668	852533	0.98	0,6	14.71
3	846668	863755	0.96	2,0	11.43
4	846668	869787	0.94	2,7	8.575
5	846668	873298	0.94	3,1	6.860
6	846668	880094	0.92	3,9	5.717

[4] *Мандельборт Б.* Фрактальная геометрия природы : пер. с англ..-М.: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.

7	846668	884570	0.91	4,4	4.900
8	846668	885816	0.91	4,6	4.288
9	846668	888944	0.91	4,9	3.811
10	846668	891342	0.90	5,2	3.430
15	846668	900064	0.89	6,3	2.287
20	846668	907870	0.88	7,2	1.715
25	846668	914403	0.87	8,0	1.372
30	846668	920711	0.86	8,7	1.143
33	846668	956730	0.82	11,3	0,26

Данные, приведенные в таб. 1, показывают, как изменяется площадь участка с учетом рельефа местности в зависимости от количества деления сторон. С увеличением количества деления сторон эта площадь возрастает, поскольку точнее учитывает рельеф местности. Характер изменения физической площади с изменением количества разделения сторон, по сравнению с площадью вычисленная без учета рельефа, иллюстрируются математической зависимостью уравнения регрессии на рис. 9.

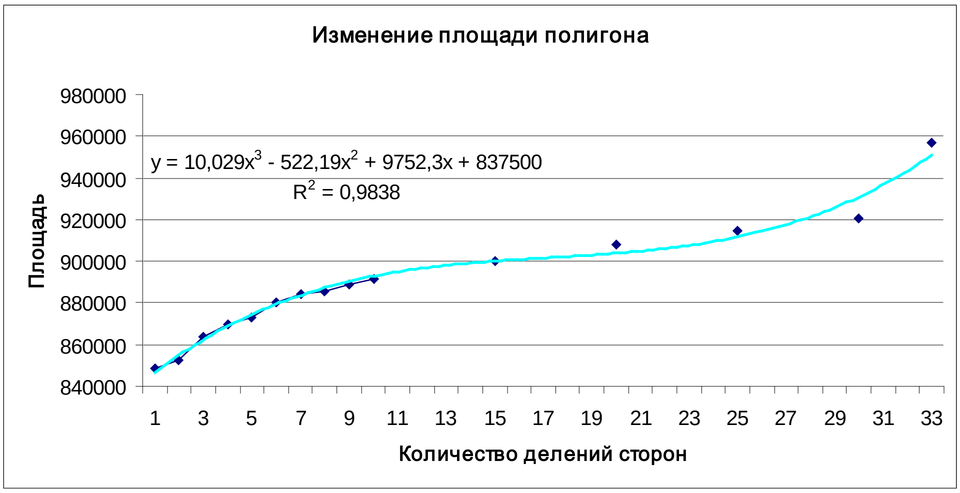

Рис. 9 Вычисление площади полигона в масштабе 1:500

Исходя из результатов, которые приведены на графике, можно сделать вывод, программа остановилась на 33-х разбиениях, площадь земельного участка в 500 масштабе равна 956730 кв.м.

Коэффициент сложности рельефа при расчетах также зависит от количества разбиений. Это иллюстрируется графиком на рис. 10. Аналогично изменения расчетной площади и отношением этой плоскости к геодезической плоскости участка, этот коэффициент практически выходит на горизонтальный участок при тридцати трех разбиениях сторон и равна 0.82. Именно это значение коэффициента характеризует сложность рельефа данного полигона.

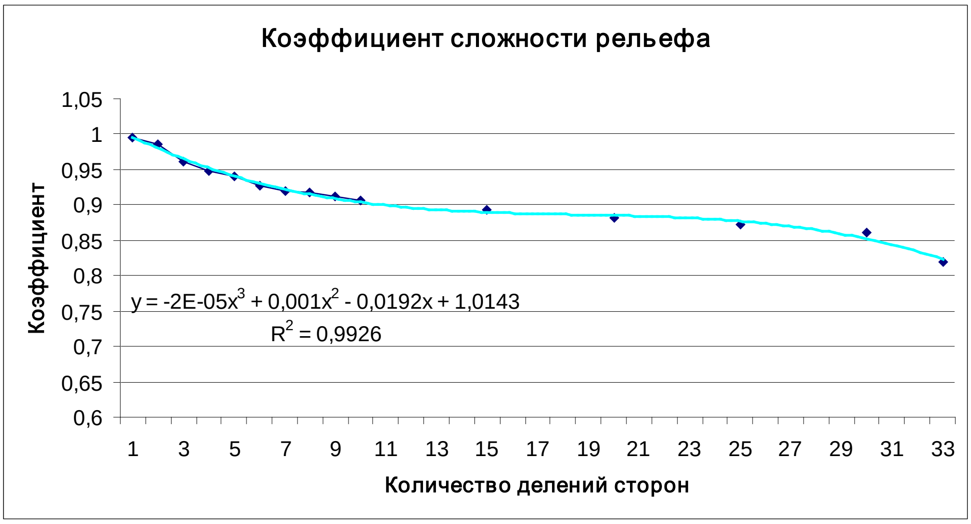

Рис. 10. Нахождение коэффициента полигона в масштабе 1:500

Из приведенных расчетов следует, что при одном делении стороны полигона, площадь с учетом рельефа местности отличается от вычисленной без учета рельефа на 0.2%. Это свидетельствует о том, что треугольники, с помощью которых находится физическая площадь, выравнивают рельеф. При увеличении количества разбиений площадь земельного участка колеблется при каждом делении стороны. Исходя из этого и учитывая данные из таб. 1, где отображается длина стороны квадрата, можно сделать выводы, что в данном случае, используя карту М 1:500, максимально корректным результатом конечной площади можно считать конечную площадь при 33-х делениях стороны, когда сторона треугольника равна 0,26 метра, на которые разбивается полигон. Конечная физическая площадь полигона при тридцати трех разделах стороны будет отличаться от площади без учета рельефа на 11,3%

Установлено, что на полигонах со сложным рельефом применяется критерий масштаба карты, а на участках со спокойным рельефом используется критерий рельефа.